

ТЕХНОСФЕРНАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ



Научная статья

УДК 519.6:616-036.2

<https://doi.org/10.23947/2541-9129-2023-1-4-15>

Статистическая оценка биогенного риска для человеческой популяции со стороны новых вирусных инфекций на примере COVID-19

Н. Н. Азимова  , М. В. Бедондзе , С. Н. Холодова , Т. А. Мокина , Д. Х. Заирова ,
А. С. Ермаков 

Донской государственный технический университет, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1

 arkomaazimov@mail.ru

Аннотация

Введение. Понимание эпидемической кривой и пространственно-временной динамики вируса SARS-CoV-2 имеет фундаментальное значение для работы системы здравоохранения в периоды эпидемии и пандемии. Во-первых, полученные данные позволяют оценивать эпидемиологические характеристики вируса. Во-вторых, появляется возможность разрабатывать и координировать меры противодействия распространению COVID-19, обоснованно распределять ресурсы. Цель представленной работы — создание и инициализация математической модели эпидемического процесса, которая позволяет объяснить наблюдаемую динамику, прогнозировать ее развитие и оценивать достоверность таких прогнозов.

Материалы и методы. Научные изыскания основывались на анализе статистических данных. Сконструирована иерархия математических моделей, описывающих динамику распространения новой коронавирусной инфекции (COVID-19) и смертности ковид-положительных пациентов с 12.02.2020 по 22.09.2021. Субмодель заболеваемости отражает регулярные (аперiodическую и периодическую), а также случайную составляющие. Для изучения и прогнозирования процессов использовали классическую технику исследования временных рядов, задействовали корреляционный и Фурье-анализ. Такой подход позволил с помощью метода моментов выявить статистические свойства объекта научных изысканий, а затем визуализировать этапы и алгоритм работы.

Результаты исследования. Математически исследованы оптимистичный, пессимистичный и промежуточный сценарий распространения инфекции. Отмечены их сильные и слабые стороны. Систематизированы в виде таблиц числовые характеристики трендовой модели и модели колебаний заболеваемости COVID-19. На основе этих данных сформулирован вывод об оптимальности пессимистичной модели: после максимально высоких показателей кривая заражений выходит на плато, и вирус остается в популяции. Установлено, что распространение новой коронавирусной инфекции имеет ярко выраженный сезонный характер с периодом 1/3 года. Математический анализ и моделирование динамики смертности ковид-положительных пациентов позволили выявить еженедельные колебания уровня летальных исходов. При этом оказалось, что максимальный риск соответствует 15-му и 22-му дню заражения. Согласно предложенной авторами гипотезе, данный вирус будет характерен для человеческой популяции. Смертность, предположительно, составит 1,75 %. Расчеты показали, что влияние случайных составляющих заболеваемости и смертности будет соответствовать сезонным колебаниям.

Обсуждение и заключения. Установлена вероятная периодичность эпидемии — трижды в год. Потенциальный уровень смертности определен как постоянный. Он обусловлен эпидемиологическими и организационными причинами, т. е. работой медицинских учреждений и органов власти. С учетом особенностей нового штамма коронавируса (омикрон) можно прогнозировать дальнейшую динамику пандемии и давать рекомендации относительно ее предупреждения. Авторы полагают, что трижды в год необходимо проводить вакцинацию. Оптимальные периоды прививочных кампаний: 05.02–15.02, 17.05–28.05, 24.09–5.10.

Ключевые слова: эпидемия, пандемия, новая коронавирусная инфекция, SARS-CoV-2, COVID-19, смертность ковид-положительных пациентов, эпидемиологические характеристики вируса, противодействие распространению COVID-19, математическая модель эпидемического процесса, сценарий распространения инфекции, трендовая модель COVID-19, модель колебаний заболеваемости COVID-19, омикрон, рекомендуемые периоды вакцинации, прививочные кампании.

Благодарности. Авторы выражают особую благодарность консультанту научного проекта О. В. Яценко, доценту, кандидату физико-математических наук, который внес значительный вклад в построение математической модели распространения COVID-19 и сделал ценные замечания при оформлении данной работы.

Для цитирования. Статистическая оценка биогенного риска для человеческой популяции со стороны новых вирусных инфекций на примере COVID-19 / Н. Н. Азимова, М. В. Бедойдзе, С. Н. Холодова [и др.] // Безопасность техногенных и природных систем. — 2023. — № 1. — С. 4–15. <https://doi.org/10.23947/2541-9129-2023-1-4-15>

© Азимова Н. Н., Бедойдзе М. В., Холодова С. Н., Мокина Т. А., Заирова Д. Х., Ермаков А. С., 2023

Original article

Statistical Assessment of Biogenic Risk for the Human Population from New Viral Infections Based on COVID-19

Nataliya N. Azimova , Maria V. Bedoidze , Svetlana N. Kholodova , Tatyana A. Mokina ,
Dzhakhgungul Kh. Zairova , Aleksandr S. Ermakov 

Don State Technical University, 1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, Russian Federation

✉ arkomaazimov@mail.ru

Abstract

Introduction. Understanding the epidemic curve and spatiotemporal dynamics of SARS-CoV-2 virus is of fundamental importance for the work of the health system during epidemic and pandemic periods. Firstly, the data obtained allow us to assess the epidemiological characteristics of the virus. Secondly, it becomes possible to develop and coordinate measures to counter the spread of COVID-19, to allocate resources reasonably. The work objective is to create and initialize a mathematical model of the epidemic process, which makes it possible to explain the observed dynamics, to predict its development and to assess the reliability of such forecasts.

Materials and Methods. Scientific research was based on the statistical data analysis. A hierarchy of mathematical models describing the dynamics of the spread of a new coronavirus infection (COVID-19) and the mortality of COVID-positive patients from 12.02.2020 to 22.09.2021 has been constructed. The incidence submodel reflects regular (aperiodic and periodic), as well as random components. To study and predict the processes, the classical technique of time series research, correlation and Fourier analysis were used. This approach allowed using the method of moments to identify the statistical properties of the scientific research object, and then visualize the stages and algorithm of work.

Results. An optimistic, pessimistic and intermediate scenario of infection spread has been mathematically investigated. Their strengths and weaknesses are noted. Numerical characteristics of the trend model and the model of fluctuations in the incidence of COVID-19 are systematized in the form of tables. Based on these data, a conclusion is formulated about the optimality of the pessimistic model: after the highest possible indicators, the infection curve reaches a plateau, and the virus remains in the population. It has been established that the spread of a new coronavirus infection has a pronounced seasonal character with a period of 1/3 of the year. Mathematical analysis and modeling of the mortality dynamics of COVID-positive patients revealed weekly fluctuations in the level of deaths. At the same time, it turned out that the maximum risk corresponds to the 15th and 22nd day of infection. According to the hypothesis proposed by the authors, this virus will be characteristic of the human population. The mortality rate is expected to be 1.75 %. The calculations have shown that the influence of random components of morbidity and mortality will correspond to seasonal fluctuations.

Discussion and Conclusion. The probable frequency of the epidemic has been established — three times a year. The potential mortality rate is determined as constant. It is caused by epidemiological and organizational reasons, i.e. the work of medical institutions and authorities. Taking into account the features of the new coronavirus strain (omicron), it is possible to predict the further dynamics of the pandemic and make recommendations regarding its prevention. The authors believe that vaccination should be carried out three times a year. Optimal periods of vaccination campaigns: 05.02–15.02, 17.05–28.05, 24.09–5.10.

<https://www.bps-journal.ru>

Keywords: epidemic, pandemic, new coronavirus infection, SARS-CoV-2, COVID-19, mortality of COVID-positive patients, epidemiological characteristics of the virus, counter the spread of COVID-19, mathematical model of the epidemic process, infection spread scenario, COVID-19 trend model, COVID-19 incidence fluctuation model, omicron, recommended vaccination periods, vaccination campaigns.

Acknowledgements. The authors would like to thank the scientific project consultant O. V. Yatsenko, associate professor, Cand. Sci. (Eng.), who made a significant contribution to the construction of a mathematical model of COVID-19 spread and made valuable comments in the design of this work.

For citation. N. N. Azimova, M. V. Bedoidze, S. N. Kholodova, T. A. Mokina, Dz. Kh. Zairova, A. S. Ermakov. Statistical Assessment of Biogenic Risk for the Human Population from New Viral Infections Based on COVID-19. Safety of Technogenic and Natural Systems, 2023, no.1, pp. 4–15. <https://doi.org/10.23947/2541-9129-2023-1-4-15>

Введение. Понимание эпидемической кривой и пространственно-временной динамики распространения вируса SARS-CoV-2 необходимо, во-первых, для оценки его эпидемиологических характеристик. Кроме того, оно позволяет прорабатывать и реализовать меры противодействия распространению коронавирусной инфекции (COVID-19), рационально распределять ресурсы. Цель данной работы — создание математической модели эпидемического процесса, которая дает возможность объяснить наблюдаемую динамику, прогнозировать распространение инфекции и оценивать достоверность таких прогнозов. COVID-19 — это новое заболевание, поэтому его изучают посредством детального мониторинга заражений и смертности. Результаты интерпретируют с помощью математических моделей и связанных с ними аналитических подходов [1–2]. Знание эволюционных закономерностей и числовых показателей эпидемических болезней позволяет своевременно купировать процесс, задействуя официальные медицинские и другие организационные ресурсы [3–4]. Достоверный фактический материал по заболеваемости COVID-19 и связанной с ним смертности в мировом масштабе [5] публикуется на ресурсе worldometers.info¹ (рассматривается период с 12.02.2020 по 22.09.2021). Использование этих данных в некоторой степени снижает погрешности регионального и временного мониторинга, но может препятствовать выявлению локальных динамических параметров процесса. Однако продолжительность зафиксированных в [5] наблюдений позволяет надеяться, что указанный недостаток нивелирует техника анализа временных рядов [6].

Имеющиеся в нашем распоряжении данные о динамике заболеваемости и смертности ковид-положительных пациентов с 12.02.2020 по 22.09.2021 взяты из worldometers.info. На их основе авторы построили диаграммы (рис. 1–2).

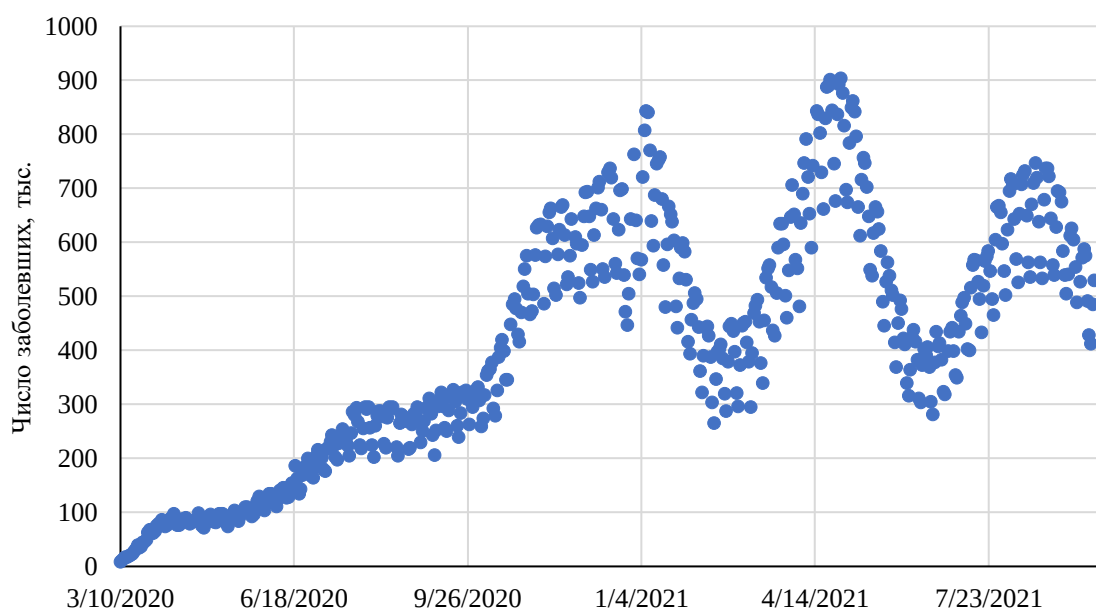


Рис. 1. Данные по заболеваемости COVID-19

Авторы поставили задачу проанализировать связь смертности (зафиксированной впоследствии) с этапом пандемии и уровнем заболеваемости. Для этого исходные данные группировались по кварталам

¹ Covid-19 coronavirus pandemic / [International team of developers, researchers, and volunteers] // <https://www.worldometers.info> : [сайт]. URL: <https://www.worldometers.info/coronavirus/> (дата обращения: 10.01.2023). <https://www.bps-journal.ru>

(3 месяца). На рис. 2 они обозначены точками определенного цвета. Такой подход визуализирует представление преобразованных данных о смертности, в которых моменты смерти явно не фигурируют.

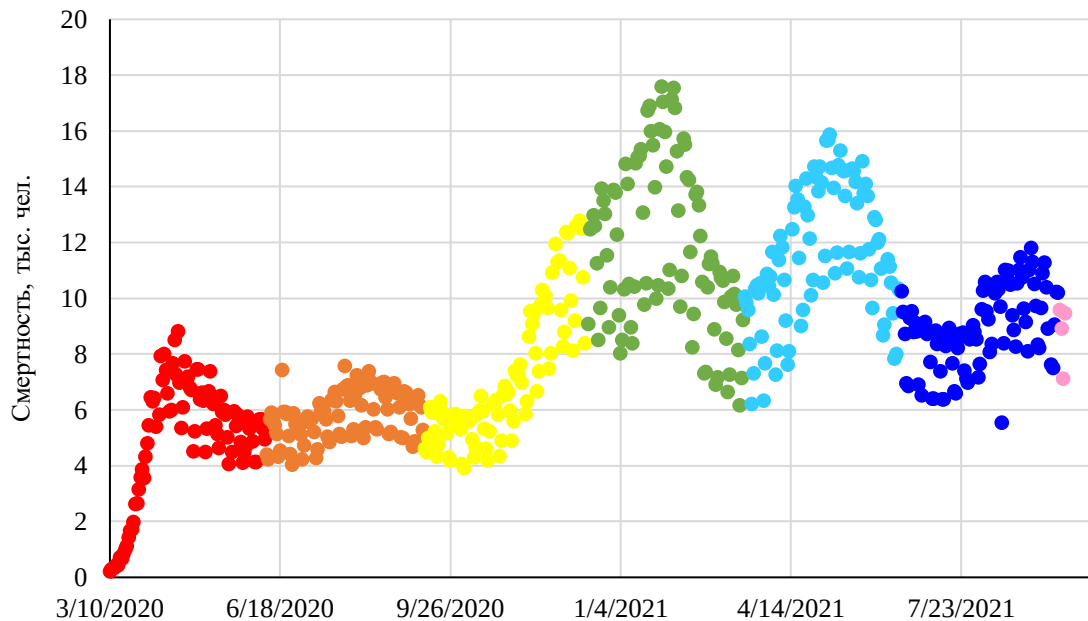


Рис. 2. Фактические данные по смертности ковид-положительных пациентов. Красными точками обозначен период пандемии с 12.02.20 по 9.06.20; оранжевыми — с 10.06.20 по 10.09.20; желтыми — с 11.09.20 по 14.12.20; зелеными — с 16.12.20 по 17.03.21; голубыми — с 18.03.21 по 17.06.21; синими — с 18.06.21 по 18.09.21; сиреневыми — с 19.09.21 по 22.09.21

Материалы и методы. Рассмотренные данные представляют собой композицию регулярной и случайной составляющих. В регулярной выделяются аperiodическая и периодическая компоненты. Соответственно, анализ, интерпретация и прогнозирование в данном случае выполняются классическими средствами исследования временных рядов [6]. Речь идет о последовательном выделении тренда (aperiodической составляющей), циклической и шумовой (случайной) компонент. Каждая из них с математической точки зрения характеризуется амплитудными и (или) временными параметрами [7]. Последовательно выделим эти компоненты из фактических данных, затем опишем результаты.

В качестве математического инструментария для анализа и прогнозирования динамики COVID-19 выбрали классическую технику исследования временных рядов $\Phi(t)$ [6]. Она реализуется в несколько этапов, которые нацелены на последовательное выявление регулярной $P(t)$, колебательной $\Pi(t)$ и случайной $\xi(t)$ составляющих тренда. При этом, как правило, принимается во внимание гипотеза, что равно нулю среднее по времени значение двух последних составляющих временного ряда

$$\Phi(t) = P(t) + \Pi(t) + \xi(t), \quad (1)$$

то есть выполняется соотношение:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \xi(t) dt = 0. \quad (2)$$

Регулярная составляющая $P(t)$ выделяется первой. Алгоритмической основой здесь служит теория аппроксимации функции [7]. Она базируется на идее отыскания кривой заданного вида, максимально близкой к облаку точек, отображающих временной ряд. При этом требуется удачно выбрать шаблон аппроксимирующей ряд функции. С одной стороны, это исключительно творческая задача. С другой, она требует глубоких знаний в области математического анализа. Затем регулярная составляющая исключается из (1) и анализируется комбинация $\Phi(t) - P(t) = \Pi(t) + \xi(t)$.

Важные характеристики такого остаточного слагаемого: период и форма [8]. Для выявления периода оставляющей $\Pi(t)$ используется техника корреляционного и Фурье-анализа. В рамках автокорреляционного анализа период функции $\Pi(t)$ — это величина τ , удовлетворяющая условию

$$\frac{1}{T} \int_0^T \Pi(t) \cdot \Pi(t + \tau) dt \rightarrow \max, \quad (3)$$

где $[0 \dots T]$ — интервал наблюдения за величиной $\Pi(t)$.

Использование для той же цели дискретного преобразования Фурье позволяет локализовать величину τ в узком интервале. Зная τ , можно выявить форму периодической составляющей, но часто исследователи ограничиваются первой гармоникой.

Заключительный этап — выявление статистических свойств $\xi(t) = \Phi(t) - P(t) - \Pi(t)$. Для этого наиболее удобен метод моментов [9]. Он работает так: сравниваются фактические моменты шума ряда $\xi(t)$ с моментами модельных шумов, задаваемых известными функциями распределения $F(\xi)$. Описанная схема анализа временного ряда $\Phi(t)$ показана на рис. 3.

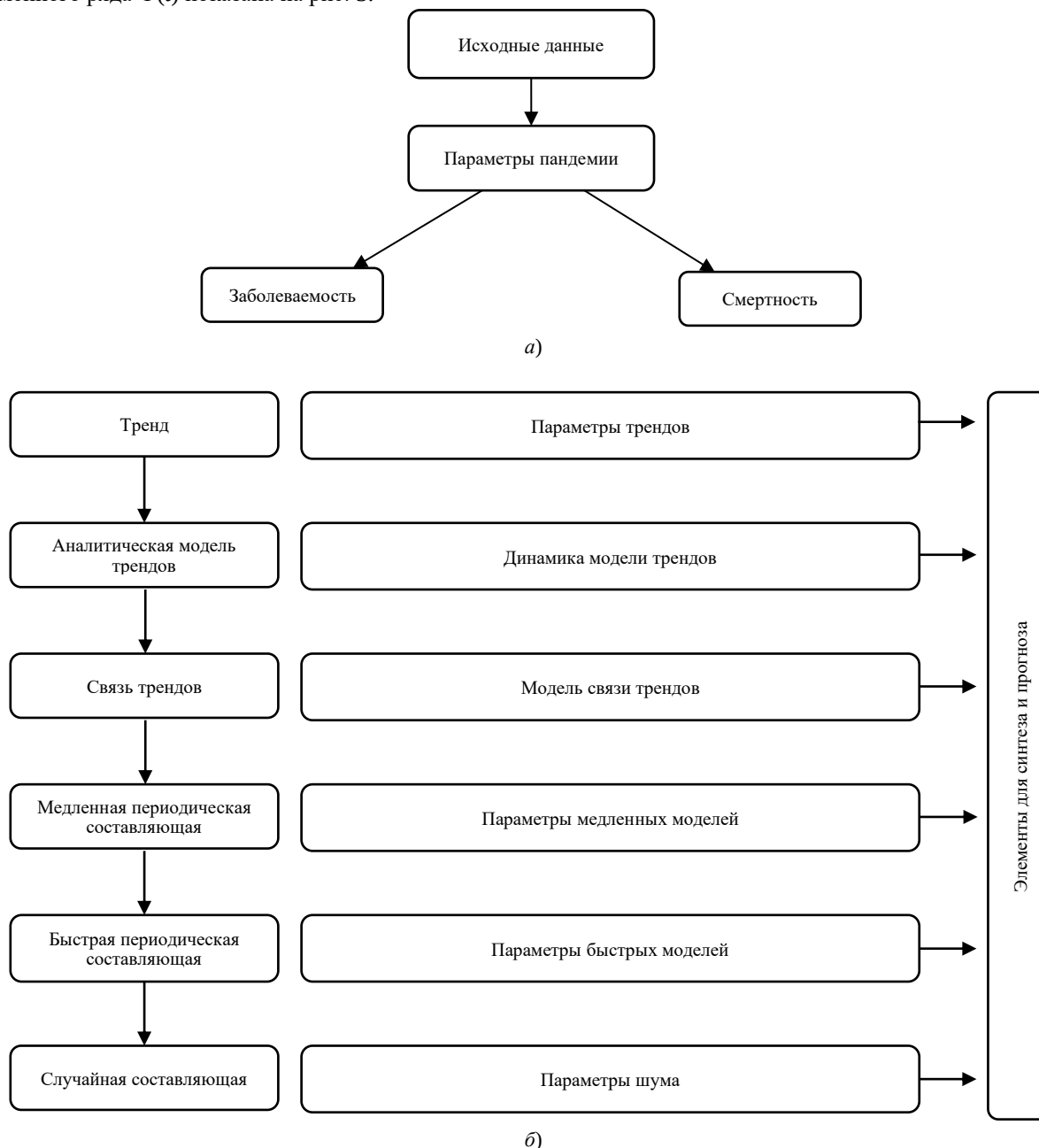


Рис. 3. Анализ временного ряда заболеваемости и смертности ковид-положительных пациентов:

a — этапы по фокусу изысканий; *б* — алгоритм исследования

Результаты исследования. Известно, что любой эпидемический процесс в начальной стадии характеризуется экспоненциальной во времени динамикой [10], т. е.

$$N(t) = A \cdot e^{Bt}, \quad (4)$$

где N — число заболевших; A и B — некоторые положительные числа.

Дальнейшее развитие эпидемии может происходить по оптимистичному или пессимистичному сценарию. В первом случае эпидемия достигает некоторого пика и сходит на нет. Зависимость численности заболевших в некоторый момент имеет вид:

$$N_{\text{опт}}(t) = \frac{A}{ch^2(Bt+C)}, \quad (5)$$

где A, B, C — коэффициенты модели; ch — гиперболический косинус.

Этому сценарию соответствует дифференциальное уравнение:

$$\frac{dN_{\text{опт}}(t)}{dt} = \pm 2BN_{\text{опт}}(t) \sqrt{1 - \frac{N_{\text{опт}}(t)}{A}}. \quad (6)$$

Здесь знак «плюс» реализуется при $N_{\text{опт}}(t) < A$ вплоть до момента t^* , при котором $N_{\text{опт}}(t^*) = A$. Начиная с этого момента в формуле (6) реализуется знак «минус». Согласно (6), по достижении некоторого критического числа заболевших A заболеваемость начнет монотонно снижаться.

Пессимистичный сценарий подразумевает, что развивающаяся изначально по экспоненте эпидемия со временем также экспоненциально выходит на плато, т. е. возбудитель остается в пораженной им популяции. Это можно описать эволюционной зависимостью

$$N_{\text{песс}}(t) = 2A(1 + th(Bt + C)), \quad (7)$$

которой соответствует дифференциальное уравнение:

$$\frac{dN_{\text{песс}}(t)}{dt} = 2AB \left(1 - \left(1 - \frac{N_{\text{песс}}(t)}{A}\right)^2\right). \quad (8)$$

Здесь th — гиперболический тангенс. В (7) и (8) множитель 2 добавлен из соображений совпадения стартовой асимптотики, т. е. для выполнения естественного соотношения:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{N_{\text{опт}}(t)}{N_{\text{песс}}(t)} = 1. \quad (9)$$

Промежуточный сценарий эпидемии сочетает элементы двух рассмотренных и предполагает следующие стадии:

- 1) первичный экспоненциальный рост;
- 2) насыщение и последующий спад;
- 3) выход на ненулевое плато.

Динамику заболеваемости в этом случае описывает линейное сопряжение формул (5) и (7) с весом D :

$$N(t) = \frac{AD}{ch^2(Bt+C)} + 2A(1-D)(1 + th(Bt + C)), \quad (10)$$

где D — коэффициент, отражающий вклад оптимистичного и пессимистичного сценария в совокупный процесс.

Решению (10) соответствует нелинейное дифференциальное уравнение высокого порядка [11], которое опустим из-за его громоздкости.

Для нахождения коэффициентов A, B, C, D необходимо решить задачу математического программирования [12] в ее общем виде:

$$\sum_{i=1}^I (N(t_i) - N_i^{\text{факт}})^2 = \sum_{i=1}^I \left(\frac{AD}{ch^2(Bt_i+C)} + 2A(1-D)(1 + th(Bt_i + C)) - N_i^{\text{факт}} \right)^2 \rightarrow \min, \quad (11)$$

где $N_i^{\text{факт}}$ и t_i — соответственно заболеваемость и момент ее фиксации.

Условие экстремума (11) отвечает обобщенному сценарию эпидемии. В частных случаях моделей (5) и (7) к (11) следует добавить ограничения $D = 1$ или

$$D = 0, \begin{cases} \frac{\partial}{\partial A} \sum_{i=1}^I \left(\frac{AD}{ch^2(Bt_i+C)} + 2A(1-D)(1 + th(Bt_i + C)) - N_i^{\text{факт}} \right)^2 = 0, \\ \frac{\partial}{\partial B} \sum_{i=1}^I \left(\frac{AD}{ch^2(Bt_i+C)} + 2A(1-D)(1 + th(Bt_i + C)) - N_i^{\text{факт}} \right)^2 = 0, \\ \frac{\partial}{\partial C} \sum_{i=1}^I \left(\frac{AD}{ch^2(Bt_i+C)} + 2A(1-D)(1 + th(Bt_i + C)) - N_i^{\text{факт}} \right)^2 = 0, \\ \frac{\partial}{\partial D} \sum_{i=1}^I \left(\frac{AD}{ch^2(Bt_i+C)} + 2A(1-D)(1 + th(Bt_i + C)) - N_i^{\text{факт}} \right)^2 = 0, \\ D = 1, \\ D = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Здесь ∂ обозначен частный дифференциал. Можно также строго доказать, что система (12) эквивалентна переопределенной системе алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \frac{AD}{ch^2(Bt_i+C)} + 2A(1-D)(1 + th(Bt_i + C)) = N_i^{\text{факт}}, \quad i = 1, 2, \dots, I \\ \begin{cases} D = 1, \\ D = 0, \\ D \in \mathbb{R}, \end{cases} \end{cases} \quad (13)$$

варианты которой соответствуют описанным сценариям.

Результаты выявления трендовой зависимости $P(t)$ с использованием встроенных функций MS Excel [13] для всех сценариев эпидемической динамики приведены на рис. 2 и в таблице 1.

Таблица 1

Числовые характеристики трендовой модели заболеваемости COVID-19

Модели и показатели	A	B	C	D	σ, тыс. чел.	ξ
Оптимистичная	615,1483	0,003842	-1,55037	1	138,7840681	0,8058189
Пессимистичная	142,9481	0,009928	-1,5551	0	116,8074635	0,8522902
Обобщенная	353,0566	0,007984	-1,87759	0,613561	113,4654191	0,8612546

Как видно из данных таблицы, обобщенная модель (10) лучше описывает реальную ситуацию. Однако у нее есть существенный недостаток. Это сравнительная сложность и невозможность явно выписать нелинейные дифференциальные уравнения, отвечающие динамике COVID-19. В данном отношении пессимистичная модель привлекает своей простотой и, соответственно, возможностями усовершенствования.

Для идентификации колебательной составляющей в данных о смертности при COVID-19 (рис. 3) выберем следующую модель. Предположим, что реальные данные колеблются около линии тренда. В нашем случае это модели (5)–(6), (7)–(8) и (10) с амплитудой α , круговой частотой β и начальной фазой γ . Такая регулярная модель динамики эпидемии декомпозируется и описывается уравнением:

$$\tilde{N}(t) = N(t) \cdot [1 + \alpha \cdot \sin(\beta \cdot t + \gamma)],$$

$$\text{где } N(t) = \begin{cases} N(t)_{\text{опт}} & \text{согласно (5)–(6),} \\ N(t)_{\text{песс}} & \text{согласно (7)–(8),} \\ N(t)_{\text{обобщ}} & \text{согласно (10).} \end{cases} \quad (14)$$

Для отыскания параметров колебательной модели (14) необходимо решить следующую оптимизационную задачу [12]:

$$\sum_{i=1}^I (1 + \alpha \cdot \sin(\beta \cdot t_i + \gamma) - \frac{N_i^{\text{факт}}}{N(t_i)})^2 \rightarrow \min. \quad (15)$$

Если рассматривать (15) как функцию переменных α , β , γ , необходимое условие экстремума принимает вид [8]:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial \alpha} \sum_{i=1}^I (1 + \alpha \cdot \sin(\beta \cdot t_i + \gamma) - \frac{N_i^{\text{факт}}}{N(t_i)})^2 = 0, \\ \frac{\partial}{\partial \beta} \sum_{i=1}^I (1 + \alpha \cdot \sin(\beta \cdot t_i + \gamma) - \frac{N_i^{\text{факт}}}{N(t_i)})^2 = 0, \\ \frac{\partial}{\partial \gamma} \sum_{i=1}^I (1 + \alpha \cdot \sin(\beta \cdot t_i + \gamma) - \frac{N_i^{\text{факт}}}{N(t_i)})^2 = 0. \end{cases} \quad (16)$$

Решение задачи (16) совпадает с решением переопределенной системы уравнений:

$$1 + \alpha \cdot \sin(\beta \cdot t_i + \gamma) = \frac{N_i^{\text{факт}}}{N(t_i)}, \quad i = 1, 2, \dots, I. \quad (17)$$

Однако практическая реализация алгоритмов (16) и (17) затруднена их неустойчивостью, обусловленной особенностями задачи [7]. В данном случае более устойчивым оказывается алгоритм, основанный на отыскании параметров модели, обеспечивающих наилучшую корреляцию фактических данных [9] и модельной функции $\tilde{N}(t)$:

$$\text{Corr}(\tilde{N}(t_i), N_i^{\text{факт}}) \rightarrow \max. \quad (18)$$

Решение (18), полученное средствами Excel [9] для вариантов модели $N(t)$ (5)–(6), (7)–(8) и (10), приведено в таблице 2.

Таблица 2

Числовые характеристики модели колебаний заболеваемости COVID-19

Модели и показатели	α	β	γ	ξ	σ, тыс. чел.
Оптимистичная	0,339708	0,049332	0,760834	0,912426	102,0689
Пессимистичная	0,264411	0,049207	0,840402	0,928869	83,29141
Обобщенная	0,273133	0,049298	7,08885	0,94078	76,13293

Представленные в таблице 2 числовые показатели адекватности моделей ξ и σ свидетельствуют, что обобщенная модель лучше соответствует фактическим данным. В то же время она значительно сложнее пессимистичной при несущественном улучшении точности. Таким образом, следует признать преимущество пессимистичной модели. Она обладает оптимальной сложностью математического описания эпидемии COVID-19, допускающей простую интерпретацию и легкость усовершенствования.

Важно отметить, что для любого тренда характерна периодичность в $127 \pm 0,5$ дней. Этот результат хорошо согласуется с данными автокорреляционного и спектрального анализа колебательной составляющей функции $\tilde{N}(t)$ (рис. 4). Таким образом зафиксировано, что всплески заболевания происходят через 124 и 110 дней. Значит, заболевание носит сезонный характер с периодом 1/3 года.

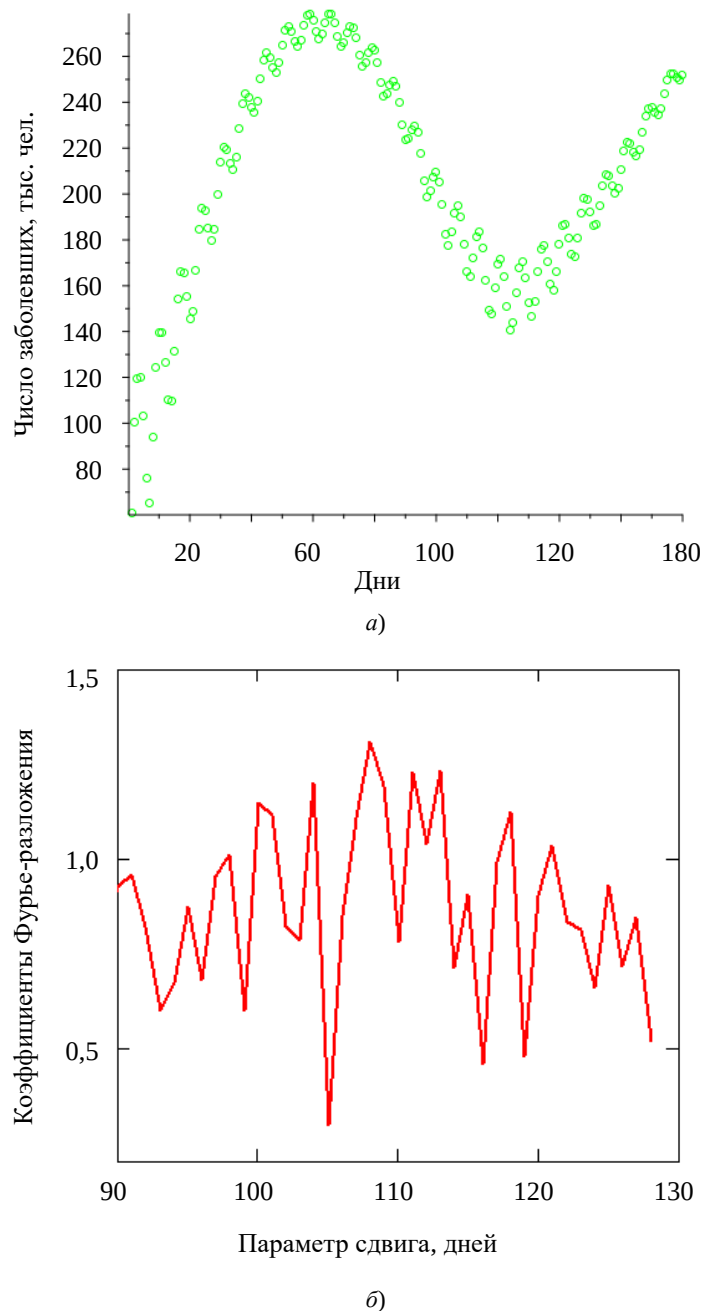


Рис. 4. Данные автокорреляционного и спектрального анализа колебательной составляющей: а — отличие динамики заболеваемости при сдвиге на различное число дней; б — коэффициенты спектрального разложения заболеваемости

Сопоставление данных таблиц 1 и 2 позволяет оценить относительную роль колебательной и шумовой составляющей. Если считать их независимыми (ортогональными) и воспользоваться известным соотношением $\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$, можно убедиться, что вклады периодической и случайной составляющих сопоставимы.

Вычитая модельные значения заболеваемости $\tilde{N}(t_i)$ из наблюдаемых $N_i^{\text{факт}}$ (или наоборот), выделяем оставшуюся шумовую компоненту модели. Результат для пессимистичного сценария показан на рис. 5.

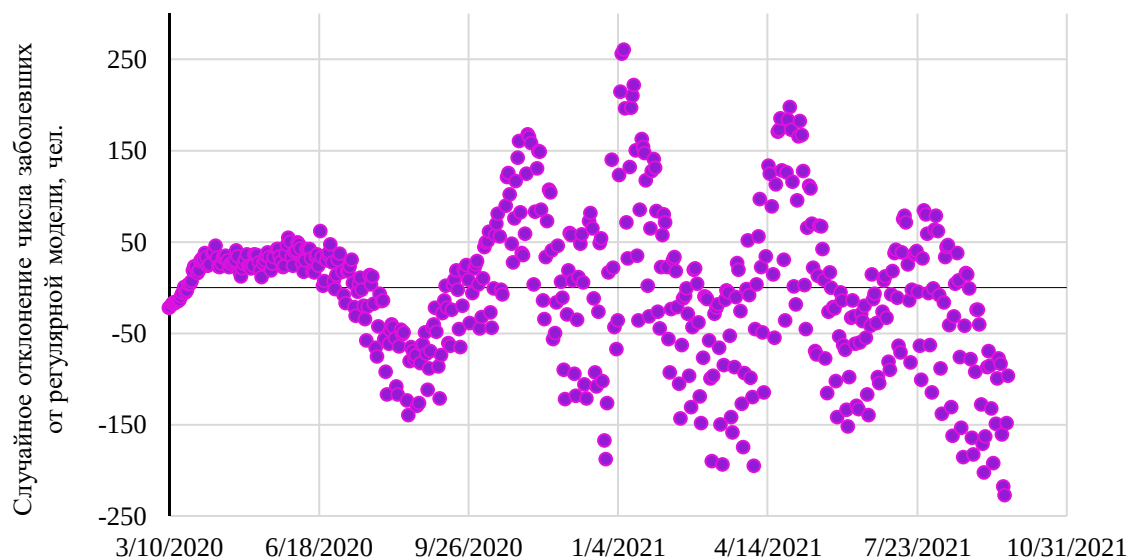


Рис. 5. Шумовая составляющая в пессимистичной модели

Числовые характеристики приведенных на рисунке данных соответствуют нормальному Гауссову распределению [9] с математическим ожиданием «ноль» и среднеквадратичным отклонением 80 тыс. заболевших в сутки, что подтверждается данными числовой идентификации:

- математическое ожидание $M = -2,87$;
- среднеквадратичное отклонение $\sigma = 79,9$;
- асимметрия $\text{Skewness} = 0,0085$;
- эксцесс $\text{Kurtosis} = 3,51$.

Таким образом, выполненная в данной работе идентификация математической модели $\tilde{N}(t) + N_{\text{случ}}$, предположительно, позволяет прогнозировать заболеваемость на весь срок развития эпидемии [5].

Аналогично анализировалась динамика смертности ковид-положительных пациентов с 12.02.2020 по 22.09.2021 (рис. 3). Учитывая, что летальный исход является вероятным результатом заражения, логично представить модель смертности:

$$M_{\text{факт}}(t + \tau) = k_{\text{лет}} \cdot N_{\text{факт}}(t). \quad (19)$$

Или с учетом аппроксимации заболеваемости:

$$\tilde{M}(t + \tau) + M_{\text{случ}} = k_{\text{лет}} \cdot (\tilde{N}(t) + N_{\text{случ}}). \quad (20)$$

Здесь M обозначена смертность; $k_{\text{лет}}$ — вероятность умереть от данного заболевания; τ — наиболее вероятное время от заражения человека до его смерти. Фигурирующие в модели смертности (19) числовые параметры $k_{\text{лет}}$ и τ будем находить, минимизируя функционал отклонения:

$$\Phi(\tau, k_{\text{лет}}) = \sum_{i=I_{\min}}^{I_{\max}-\tau} [M_{\text{факт}_{i+\tau}} - k_{\text{лет}} \cdot N_{\text{факт}_i}]^2 \rightarrow \min \quad (21)$$

с учетом естественных ограничений $0 \leq k_{\text{лет}} \leq 1, \tau \in \mathbb{N}, 1 \leq \tau \leq 30$.

Особенность решения задачи (21) состоит в том, что одна из искоемых переменных фигурирует в верхнем индексе суммирования. Поэтому решение оптимизационной задачи получим в два этапа. Первый основывается на необходимом условии экстремума $\Phi(\tau, k_{\text{лет}})$:

$$k_{\text{лет}}(\tau) = \sum_{i=I_{\min}}^{I_{\max}-\tau} (M_{\text{факт}_{i+\tau}} N_{\text{факт}_i}) \cdot \left[\sum_{i=I_{\min}}^{I_{\max}-\tau} N_{\text{факт}_{i+\tau}}^2 \right]^{-1} \quad (22)$$

для всего диапазона τ . Затем выберем пару значений $\{\tau, k_{\text{лет}}\}$, обеспечивающую минимальное значение (21).

Важно отметить, что $I_{\min}$ принимаем равным 150 дням. Допущение обусловлено тем, что первые месяцы статистика заболеваемости и смертности [5] представляется недостаточно полной и достоверной.

Решив задачу (21), получим: $k_{\text{лет}} = 0,0184 \pm 0,0003$ и $\tau = 21$ день. Более подробно связь смертности с заболеваемостью демонстрирует коррелограмма данных $M_{\text{факт}}(t + \tau)$ и $k_{\text{лет}} \cdot N_{\text{факт}}(t)$ (рис. 6).

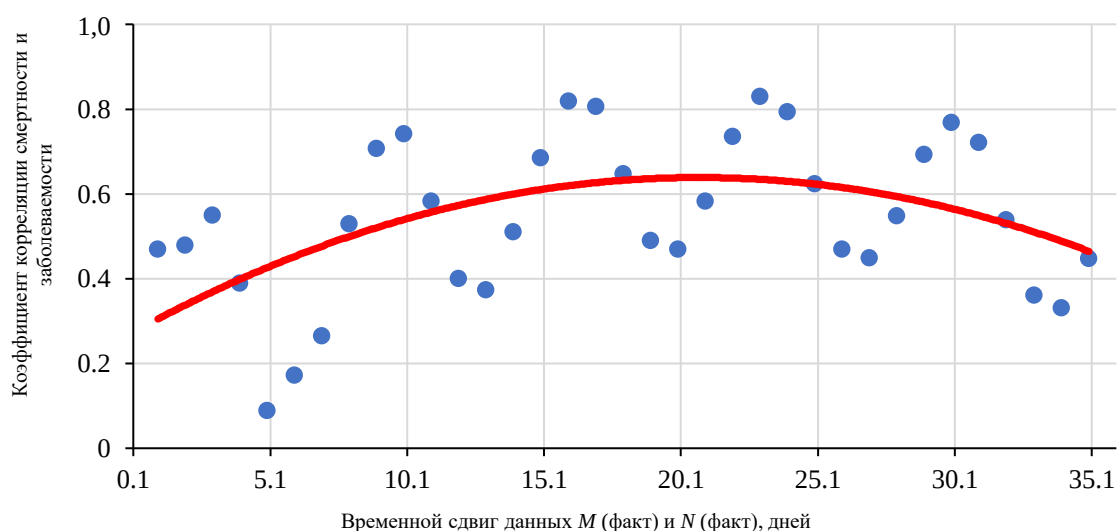


Рис. 6. Коррелограмма смертности и заболеваемости в зависимости от параметра сдвига τ

Анализ тренда показывает вероятность летального исхода при COVID-19 на 21-й день после заражения. Кроме того, очевидна периодичность риска смерти. Очищенные от тренда вариации риска смерти визуализированы на рис. 7.

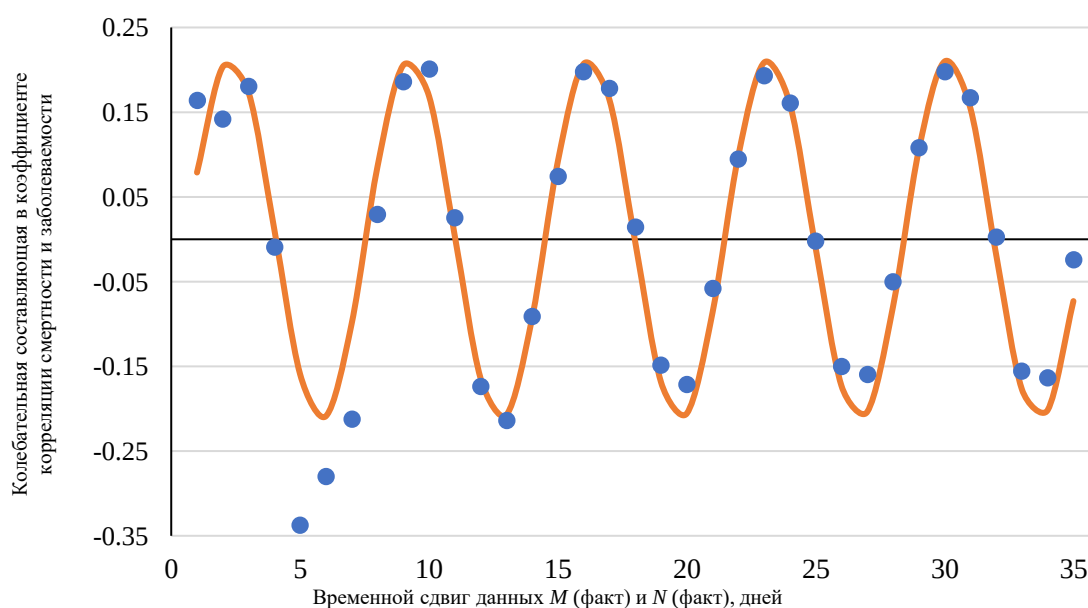


Рис. 7. Быстрая колебательная составляющая в коррелограмме смертности и заболеваемости

Согласно данным рис. 7, риск смерти при COVID-19 колеблется вокруг указанного выше среднего значения с периодом 7 дней, что полностью соответствует цикличности работы медицинских учреждений по всему миру. Аппроксимирующая данные рис. 7 аналитическая зависимость имеет вид:

$$\mu(\tau) = 0,212 \cdot \sin(0,902 \cdot \tau - 0,522) \quad (23)$$

где μ — быстрая составляющая смертности.

Обсуждение и заключения. Ниже перечислены основные итоги работы.

1. Сконструированы и инициализированы модели заболеваемости и смертности при COVID-19.
2. Установлено, что распространение коронавирусной инфекции повторяется три раза в год.
3. Смертность в среднем постоянна и содержит два колебательных элемента. Периодичность первого соответствует периодичности заболеваемости, а периодичность второго — регламенту работы медицинских учреждений.
4. По интервалу наблюдений с 12.02.2020 по 22.09.2021 можно сделать вывод, что сценарий развития эпидемии близок к пессимистическому.

5. Случайная составляющая в моделях заболеваемости и смертности оказалась на уровне сезонных колебаний.

Появившиеся в декабре 2021 года статистические данные показали, что известные штаммы COVID-19 практически вытеснены новым — омикроном. Его заразность в 3/5 раза выше, смертность во столько же раз ниже. Данное обстоятельство диктует необходимость совершенствования предлагаемых динамических моделей эпидемии с учетом вирус-конкурентного эффекта. Это цель следующих исследований коллектива авторов.

Полученные результаты принципиально позволяют не только прогнозировать дальнейшую динамику пандемии, но и формулировать практически значимые рекомендации. Например, в качестве оптимальных сроков антиковидной вакцинации «Спутником V» предлагаются следующие интервалы (ежегодно): 05.02–15.02, 17.05–28.05, 24.09–5.10.

Список литературы

1. On the reliability of predictions on Covid-19 dynamics: A systematic and critical review of modelling techniques / E. G. Janyce, V. S. Kolawole, B. K. Gaetan, G. K. Romain // *Infectious Disease Modelling*. — 2021. — V. 6. — P. 258–272. <https://doi.org/10.1016/j.idm.2020.12.008>
2. Hermanowicz, S. W. Forecasting the Wuhan coronavirus (2019-nCov) epidemics using a simple (simplistic) model / S. W. Hermanowicz // *MedRxiv*. — 2020. — February. — 10 p. <https://doi.org/10.1101/2020.02.04.20020461>
3. Lalmuanawma, S. Applications of machine learning and artificial intelligence for COVID-19 (SARS-CoV-2) pandemic: A review / S. Lalmuanawma, J. Hussain, L. Chhakchhuack // *Chaos, Solitons & Fractals*. — 2020. — V. 139, 110059. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.110059>
4. Postniko, E. B. Estimation of COVID-19 dynamics «on a back-of-envelope»: Does the simplest SIR model provide quantitative parameters and predictions? / E. B. Postniko // *Chaos, Solitons & Fractals*. — 2020. — V. 135, 109841. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.109841>
5. Брантон, С. Л. Анализ данных в науке и технике / С. Л. Брантон, Дж. Н. Куц // Москва : ДМК Пресс, 2021. — 574 с.
6. Виноградов, А. Ю. Численные методы решения жестких и нежестких краевых задач / А. Ю. Виноградов. — Москва : National Research, 2017. — 112 с.
7. Pugh, Ch. C. Real Mathematical Analysis. Second Edition / Ch. C. Pugh. — Cham : Springer, 2015. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-17771-7>
8. Maheshwari, A. Data Analytics Made Accessible / A. Maheshwari. — Bellevue : Kindle Edition, 2023. — 156 p.
9. Грибова, Е. З. Физический подход к анализу диффузии частиц / Е. З. Грибова, А. И. Саичев // Нижний Новгород : Нижегородский гос. ун-т им. Н. И. Лобачевского, 2012. — 232 с.
10. Егоров, А. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями / А. И. Егоров. — 2-е изд., исправ. — Москва : Физматлит, 2003. — 384 с.
11. Нестеров, Ю. Е. Методы выпуклой оптимизации / Ю. Е. Нестеров. — Москва : Московский центр непрерывного математического образования, 2010. — 281 с.
12. Ben-Tal, A. Lectures on Modern Convex Optimization Analysis, Algorithms, and Engineering Applications / A. Ben-Tal, A. Nemirovski. — Philadelphia : SIAM, 2001. — 537 p.
13. Крянев, А. В. Математические методы обработки неопределенных данных / А. В. Крянев, Г. В. Лукин. — Москва : Физматлит, 2006. — 216 с.

Поступила в редакцию 02.11.2022.

Поступила после рецензирования 09.12.2022.

Принята к публикации 09.01.2023.

Об авторах

Азимова Наталья Николаевна, доцент кафедры «Прикладная математика» Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), [ORCID, arkomaazimov@mail.ru](mailto:arkomaazimov@mail.ru)

Бедондзе Мария Васильевна, старший преподаватель кафедры «Прикладная математика» Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), [ORCID, masha.bedoidze@gmail.com](mailto:masha.bedoidze@gmail.com)

Холодова Светлана Николаевна, доцент кафедры «Безопасность жизнедеятельности и защита окружающей среды» Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, [ORCID](#), holls9@mail.ru

Мокина Татьяна Алексеевна, бакалавр Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), [ORCID](#), mokinat337@gmail.com

Заирова Джахангул Хайруллаевна, бакалавр Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), [ORCID](#), gulyazair@gmail.com

Ермаков Александр Сергеевич, бакалавр Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), [ORCID](#), ermakov_sahsa11@mail.ru

Заявленный вклад соавторов

Н. Н. Азимова — разработка и реализация динамической модели эпидемии, разработка вычислительных алгоритмов. М. В. Бедоидзе — разработка методов статистического анализа, подготовка текста статьи. С. Н. Холодова — подбор статистических данных, формулировка выводов и рекомендаций, доработка текста. Т. А. Мокина — верификация статистических данных, сопоставление результатов имитационного эксперимента по прогнозированию динамики эпидемии с реальными данными. Д. Х. Заирова — выделение регулярных и случайных составляющих модели, проведение расчетов по модели динамики эпидемии. А. С. Ермаков — параметрическая идентификация регулярной и случайной составляющих модели, выполнение имитационного эксперимента по прогнозированию динамики эпидемии.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.