МАШИНОСТРОЕНИЕ
MACHINE BUILDING

CC BY

Check for updates

УДК 62-192
https://doi.org/10.23947/2541-9129-2024-8-4-39-46

Оригинальное теоретическое исследование

Усеченная форма закона Фишера-Типпета для моделирования нагруженности машиностроительных конструкций

А.А. Котесов
Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
✉ a.kotesov@yandex.ru

EDN: OXXQDQ

Аннотация

Введение. Статистические данные служат основой для оценки показателей надежности машиностроительных конструкций. Неполнота таких данных или неточность при моделировании случайных величин могут стать причиной завышенной оценки при определении показателей надежности. На практике для моделирования случайных величин, характеризующих несущую способность, нагруженность, ресурс машиностроительных конструкций, обычно применяют законы с бесконечно убывающими или возрастающими функциями распределения экспоненциального семейства. Для повышения точности при моделировании случайных величин часто используют усеченные формы законов распределения, которые позволяют рассматривать случайную величину в заданном интервале, исключая тем самым область невозможных значений. В ряде работ для моделирования случайных величин, характеризующих нагруженность машиностроительных конструкций, предлагается использовать закон Фишера-Типпета с тремя параметрами. Преимуществом данного закона является параметр, ограничивающий область определения рассматриваемой случайной величины справа, но при этом левая часть фунции распределения бесконечно убывает, что не совсем корректно для характеристик нагруженности. Поэтому для повышения точности моледирования случайных величин, характеризующих нагруженность, законом Фишера-Типпета целесообразно иметь ограничение слева. В настоящий момент в научной литературе не представлено описание усеченных форм для закона распределения. Поэтому в предлагаемой статье будут рассмотрены обоснование и получение усеченной формы закона Фишера-Типпета с тремя параметрами и последующее использование ее в расчетных методиках. В связи с этим цель автора — получение левосторонней усеченной формы закона Фишера-Типпета с тремя параметрами для моделирования случайных величин в заданном интервале.

Материалы и методы. В статье подробно описана история получения, представлено описание и отличительные особенности закона Фишера-Типпета с тремя параметрами, а также обоснована необходимость получения его усеченной формы.

Результаты исследования. В результате исследования обоснована и получена усеченная форма закона Фишера-Типпета с тремя параметрами в дифференциальном и интегральном виде. Представлены результаты вычислений и графики функций, подтверждающие нормировку случайной величины в заданном интервале.

Обсуждение и заключение. Сделан вывод о преимуществах и недостатках усеченной формы закона Фишера-Типпета. Определена возможность практического применения усеченного закона при схематизации случайных процессов нагружения, возникающих в условиях эксплуатации или испытаний элементов машин и конструкций для оценки усталостной долговечности и определения характеристик сопротивления усталости. Направление дальнейших исследований связывается с практическим применением усеченной формы, в частности с необходимостью разработки методики для оценки параметров усеченного закона и проверки согласия предложенной модели.

Ключевые слова: случайная величина, закон распределения, усеченная форма, нагруженность, надежность

Благодарности. Автор выражает благодарность рецензентам, чья критическая оценка представленных материалов и предложения по их совершенствованию способствовали значительному повышению качества изложения результатов исследования, представленных в настоящей статье.

Для цитирования. Котесов А.А. Усеченная форма закона Фишера-Типпета для моделирования нагруженности машиностроительных конструкций. *Безопасность техногенных и природных систем.* 2024;8(4):39–46. https://doi.org/10.23947/2541-9129-2024-8-4-39-46

© Котесов А.А., 2024

Original Theoretical Research

Fisher-Tippet Law Truncated Form for Loading Modeling of Machinery Structures

Anatoly A. Kotesov
Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation
✉ a.kotesov@yandex.ru

Abstract

Introduction. Statistical data are used as a basis for assessing the reliability of engineering structures. However, incomplete data or inaccurate modeling of random variables may lead to an overestimation of reliability indicators. In practice, laws with infinitely decreasing or increasing distribution functions of an exponential family are usually used to model random variables characterizing the bearing capacity, load, and resource of engineering structures. To improve the accuracy of modeling of random variables, truncated forms of distribution laws are often used. These forms allow us to consider the random variable within a specified interval, excluding impossible values. Several studies have suggested using the Fisher-Tippett law with three parameters for modeling random variables related to the loading of engineering structures. The advantage of this law is that it limits the range of the random variable on the right side, but the left side of the distribution function decreases indefinitely, which is not ideal for load characteristics. To improve the accuracy of predicting random variables that characterize the load, it would be helpful to have a left-sided restriction using the Fisher-Tippett law. Currently, there are no descriptions of truncated forms of the distribution law in scientific literature. This article will explore the justification and development of a three-parameter truncated form of the Fisher-Tippett law and its use in calculation methods. The goal is to create a left-sided truncated version of the Fisher-Tippett distribution with three parameters to model random variables within a specific range.

Materials and Methods. The article provides a detailed description of the history of the Fisher-Tippet law, including its three-parameter form, and justifies the need for obtaining its truncated form.

Results. As a result of the research, a truncated form of the Fisher-Tippet three-parameter law in differential and integral forms was obtained and substantiated. The findings included graphs and calculations that demonstrated the normalization of a random variable within a given range.

Discussion and Conclusion. The conclusion was drawn about the advantages and disadvantages of the truncated form of the Fisher-Tippet law. The possibility of its practical application in the schematization of random loading processes under operating conditions and testing of machine elements and structures to assess fatigue life and determine fatigue resistance characteristics was established. The direction of further research is related to the practical use of the truncated form, particularly with the need to develop a method for evaluating the parameters of the truncated distribution and verifying the consistency of the proposed model.

Keywords: random variable, distribution law, truncated form, loading, reliability

Acknowledgements. The author would like to express his gratitude to the reviewers for their critical assessment of the submitted materials and their suggestions for improvement. These comments have contributed significantly to the enhancement of the quality of the presentation of the research results presented in this paper.

For citation. Kotesov AA. Fisher-Tippet Law Truncated Form for Loading Modeling of Machinery Structures. *Safety of Technogenic and Natural Systems.* 2024;8(4):39–46. https://doi.org/10.23947/2541-9129-2024-8-4-39-46

Введение. Обеспечение надежности машиностроительных конструкций не перестает быть актуальной задачей в настоящее время. Отказ несущих элементов машиностроительных конструкций в процессе эксплуатации может представлять опасность и приводить к экономическим потерям. Поэтому вопросы определения показателей надежности, равно как и разработка методов более точной и достоверной оценки этих показателей, а также связанные с ними исследования являются, несомненно, важными и актуальными.

В работах профессора В.Е. Касьянова [1] подчеркивается, что надежная машина — это необязательно дорого или дороже, чем менее надежная. Низкая надежность может быть обусловлена различными факторами, в частности, одной из возможных причин внезапных отказов может являться несовершенство расчетных методов и неполнота статистических данных, используемых при оценке показателей надежности [2].

На практике для моделирования случайных величин, характеризующих несущую способность, нагруженность, ресурс машиностроительных конструкций, обычно применяют законы распределения экспоненциального семейства с убывающими в бесконечность функциями рапределения. Об этом подробно излагается в работах В.В. Москвичева и М.А. Ковалева [3], И.А. Паначева и И.В. Кузнецова [4], Г.Ш. Хазановича и Д.С. Апрышкина [5]. Для повышения точности обычно применяют усеченные формы законов распределения, которые позволяют рассматривать случайную величину в заданном интервале, ориен-

тируясь на имеющиеся статистические данные для определения соответствующих границ. В.Е. Касьянов, Л.П. Щулькин [6], Д.Б. Демченко [7], А.А. Котесова [8] для моделирования случайных величин характеризующих нагруженность машиностроительных конструкций, предлагают использовать закон Фишера-Типпета с тремя параметрами. Преимуществом данного закона является параметр, ограничивающий область определения рассматриваемой случайной велиничины справа, но при этом левая часть фунции распределения бесконечно убывает, что не совсем корректно для характеристик нагруженности. Поэтому для повышения точности моделирования случайных величин, характеризующих нагруженность, законом Фишера-Типпета целесообразно иметь ограничение слева. Усеченные формы для наиболее часто примяняемых законов известны и используются в расчетных методиках[1], но в настоящий момент в научной литературе не представлено описание усеченных форм для закона Фишера-Типпета. Поэтому в данной статье рассматривается вопрос обоснования и получения усеченной формы закона Фишера-Типпета с тремя параметрами и последующего использования ее в расчетных методиках.

Материалы и методы. При моделировании случайных величин наиболее часто применяется Гауссово распределение (нормальный закон), и это во многом оправдано [9]. Пределы определения случайных величин в данной модели задаются интервалом (–∞; ∞), что не совсем корректно для характеристик прочности, нагруженности и ресурса. Поэтому для моделирования таких случайных величин в работах В.Е. Касьянова предлагается использовать модель Вейбулла с тремя параметрами, которая отличается от модели Гаусса и двухпараметрического Вейбулла тем, что задает несколько другой интервал для случайной величины [*c*; ∞), где *c* — параметр сдвига, который определяет минимальное значение случайной величины, т. е. имеет ограничение слева.

Функция плотности распределения закона Вейбулла с тремя параметрами определяет выражение:

$$f\left(x \mid a,b,c\right)=\frac{b}{a}\left(\frac{x-c}{a}\right)^{b-1} e^{-\left(\frac{x-c}{a}\right)^{b}}, \tag{1}$$

где *x* — значение случайной величины; *a*, *b*, *c* — соответственно параметры масштаба, формы и сдвига распределения.

Также для моделирования характеристик нагруженности предлагается использовать одну из трех предельных форм распределений, отнесенного Р. Фишером и К. Типпетом к типу III. Распределения Гумбеля и Фреше были отнесены соответственно к первому и второму типам [10].

Функция плотности распределения третьего типа определяет следующее выражение:

$$f\left(x \mid k\right)=k\left(-x\right)^{k-1} e^{-\left(-x\right)^{k}}, \tag{2}$$

где *x* — значение случайной величины; *k* — параметр формы.

Очевидно сходство данного распределения с однопараметрическим распределением Вейбулла, которое также является частным случаем обобщенного распределения экстремальных значений [11], только ориентировано на минимальные значения. Задав обозначения и добавив дополнительные параметры в выражение (2) по аналогии с трехпараметрическим законом Вейбулла, а именно параметр масштаба — *a* и параметр сдвига (положения) — *c*, получим следующее выражение для функции плотности распределения:

$$f\left(x \mid a,b,c\right)=\frac{b}{a}\left(\frac{c-x}{a}\right)^{b-1} e^{-\left(\frac{c-x}{a}\right)^{b}}, \tag{3}$$

где *x* — значение случайной величины; *a*, *b*, *c* — соответственно параметры масштаба, формы и сдвига распределения.

Проинтегрировав выражение (3) относительно *x,* получим функцию распределения закона:

$$F\left(x\right)=\int f\left(x \mid a,b,c\right) dx,$$

$$F\left(x\right)=e^{-\left(\frac{c-x}{a}\right)^{b}}. \tag{4}$$

Полученное выражение предложено именовать законом Фишера-Типпета с тремя параметрами, который, в отличие от закона Вейбулла, имеет ограничение справа и задает область определения случайной величины в интервале (–∞;*c*].

Как видно, закон Фишера-Типпета с тремя параметрами не имеет ограничения слева. Допущение этой модели, заданное интервалом (–∞;0], может противоречить физическому смыслу рассматриваемых случайных величин. В частности, для характеристик нагруженности интервал [0;*c*] будет более корректным. Поэтому возникает необходимость в определении левосторонней усеченной формы закона Фишера-Типпета.

Для решения поставленной задачи предлагается использовать подход, аналогичный подходу, рассмотренному в работах [12] и [13] для получения правостороннего усеченного закона Вейбулла.

[1] РТМ 24.090.25-76 *Краны грузоподъемные. Расчет вероятности безотказной работы элементов*. URL: https://gostrf.com/normadata/1/4293827/4293827795.htm (дата обращения: 15.05.2024).

Результаты исследования. Для получения левосторонней усеченной формы закона Фишера-Типпета необходимо задать условие, при котором все значения случайной величины x будут больше определенной заданной величины t, которая, в свою очередь, будет определять точку усечения закона слева, т. е. $x \in [t;c]$. Предположим, что $X_t\,(t \geq 0)$ обозначает усеченную слева случайную величину, распределенную по закону Фишера-Типпета, такую, что $F_t = c - x \mid c - x \geq t$, где $x \in W\,(a, b)$, $a, b > 0$ и $c > t$. Так как $t \geq 0$, то значение интеграла от функции плотности распределения $f\,(x)$ в интервале $[t;c]$ будет меньше, чем в интервале $[-\infty;c]$:

$$\int_{t}^{c} f\left(x \mid a,b,c\right) dx < \int_{-\infty}^{c} f\left(x \mid a,b,c\right) dx = 1.$$

Поэтому для получения усеченной формы необходимо перераспределить случайную величину в интервале $[-\infty;t]$, определив нормирующий коэффициент, зависимый от t:

$$K_{[t;c]} \cdot \int_{t}^{c} f\left(x \mid a,b,c\right) dx = \int_{-\infty}^{c} f\left(x \mid a,b,c\right) dx,$$

$$K_{[t;c]} \cdot \int_{t}^{c} f\left(x \mid a,b,c\right) dx = 1,$$

$$K_{[t;c]} = \frac{1}{\int_{t}^{c} f\left(x \mid a,b,c\right) dx},$$

$$K_{[t;c]} = \frac{1}{F(c) - F(t)},$$

где $F(c)$ и $F(t)$ — функция распределения закона Фишера-Типпета с тремя параметрами, соответственно при $x = c$ и $x = t$.

Следовательно, усеченную функцию распределения будет определять следующее выражение:

$$f_{[t;c]}(x \mid a,b,c) = K_{[t;c]} \cdot f\left(x \mid a,b,c\right),$$

$$f_{[t;c]}(x \mid a,b,c) = \frac{f\left(x \mid a,b,c\right)}{F(x = c) - F(x = t)},$$

так как $F(c) = 1$, то получим:

$$f_{[t;c]}(x \mid a,b,c) = \frac{f\left(x \mid a,b,c\right)}{1 - F(t)}.$$

В результате получаем функцию плотности распределения для левосторонней усеченной формы закона Фишера-Типпета с тремя параметрами в интервале $[t;c]$:

$$f_{[t;c]}(x \mid a,b,c) = \frac{\frac{b}{a}\left(\frac{c-x}{a}\right)^{b-1} e^{-\left(\frac{c-x}{a}\right)^{b}}}{1 - e^{-\left(\frac{c-t}{a}\right)^{b}}}, \tag{5}$$

где x — значение случайной величины; a, b, c — соответственно параметры масштаба, формы и сдвига распределения; t — точка усечения распределения (минимальное возможное значение случайной величины).

Очевидно, что, приняв $t = 0$, получим следующее выражение для интервала $[0;c]$:

$$f_{[0;c]}(x \mid a,b,c) = \frac{\frac{b}{a}\left(\frac{c-x}{a}\right)^{b-1} e^{-\left(\frac{c-x}{a}\right)^{b}}}{1 - e^{-\left(\frac{c}{a}\right)^{b}}}. \tag{6}$$

С целью демонстрации полученного результата произвольно заданы параметры распределения ($a = 10$; $b = 2{,}5$; $c = 15$), построены графики функций плотностей распределения исходной (3) и усеченной формы (6) закона Фишера-Типпета (рис. 1). По заданным параметрам произведено вычисление определённых интегралов от исходной функции плотности (3) и функции плотности усеченной формы (6) в интервалах $(-\infty;c]$, $(-\infty;0]$, $[0;c]$. Вычисления выполнены в программном комплексе Mathcad 14.0.0.163 с допустимой сходимостью $1 \cdot 10^{-5}$, результаты вычислений представлены в таблице 1.

https://bps-journal.ru

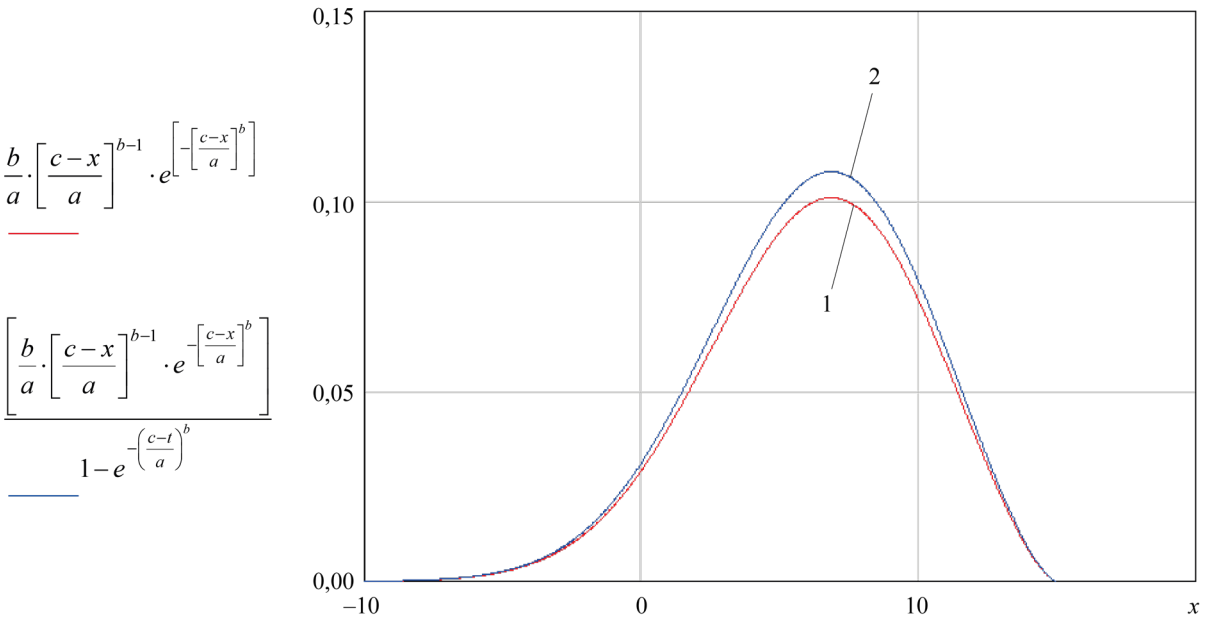

Рис. 1. Графики плотности распределения закона Фишера-Типпета с тремя параметрами (a = 10; b = 2,5; c = 15):
1 — исходная функция плотности; 2 — функция плотности усеченного закона

Таблица 1

Результаты вычисления определенных интегралов от функций плотностей исходной и усеченной формы закона Фишера-Типпета

Интервал случайной величины	Пределы интегрирования		Функция и переменная интегрирования	
	нижний	верхний	$f(x\mid a, b, c)\,dx$	$f_{[0;c]}(x\mid a, b, c)\,dx$
(-∞;c]	–∞	c	0,99999999997581260	1,06788096063614480
(-∞;0]	–∞	0	0,06356603700150229	0,06788096066197107
[0;c]	0	c	0,93643395954036040	0,99999999631045600

Графики функций на рис. 1 и результаты численного решения, представленные в таблице 1, позволяют сделать вывод о том, что полученная аналитическим путем функция плотности распределения для левосторонней усеченной формы закона Фишера-Типпета с тремя параметрами (6) корректна и нормирует случайную величину в интервале [0;c]:

$$\int_0^c f_{[0;c]}(x\mid a,b,c)\,dx = 1.$$

Но при этом функция сохраняет область определения левее точки усечения, т. е. в интервале (–∞;0], что необходимо учитывать при использовании усеченной формы закона в расчетных методиках:

$$\int_{-\infty}^0 f_{[0;c]}(x\mid a,b,c)\,dx + \int_0^c f_{[0;c]}(x\mid a,b,c)\,dx = \int_{-\infty}^c f_{[0;c]}(x\mid a,b,c)\,dx > 1.$$

Для получения функции распределения усеченного закона Фишера-Типпета проинтегрируем выражение (5):

$$F_{[t;c]}(x) = \int f_{[t;c]}(x\mid a,b,c)\,dx,$$

$$F_{[t;c]}(x) = \frac{e^{-\left(\frac{c-x}{a}\right)^b}}{1-e^{-\left(\frac{c-t}{a}\right)^b}}. \qquad (7)$$

Графики исходной (4) и усеченной (7) функций распределения представлены на рис. 2.

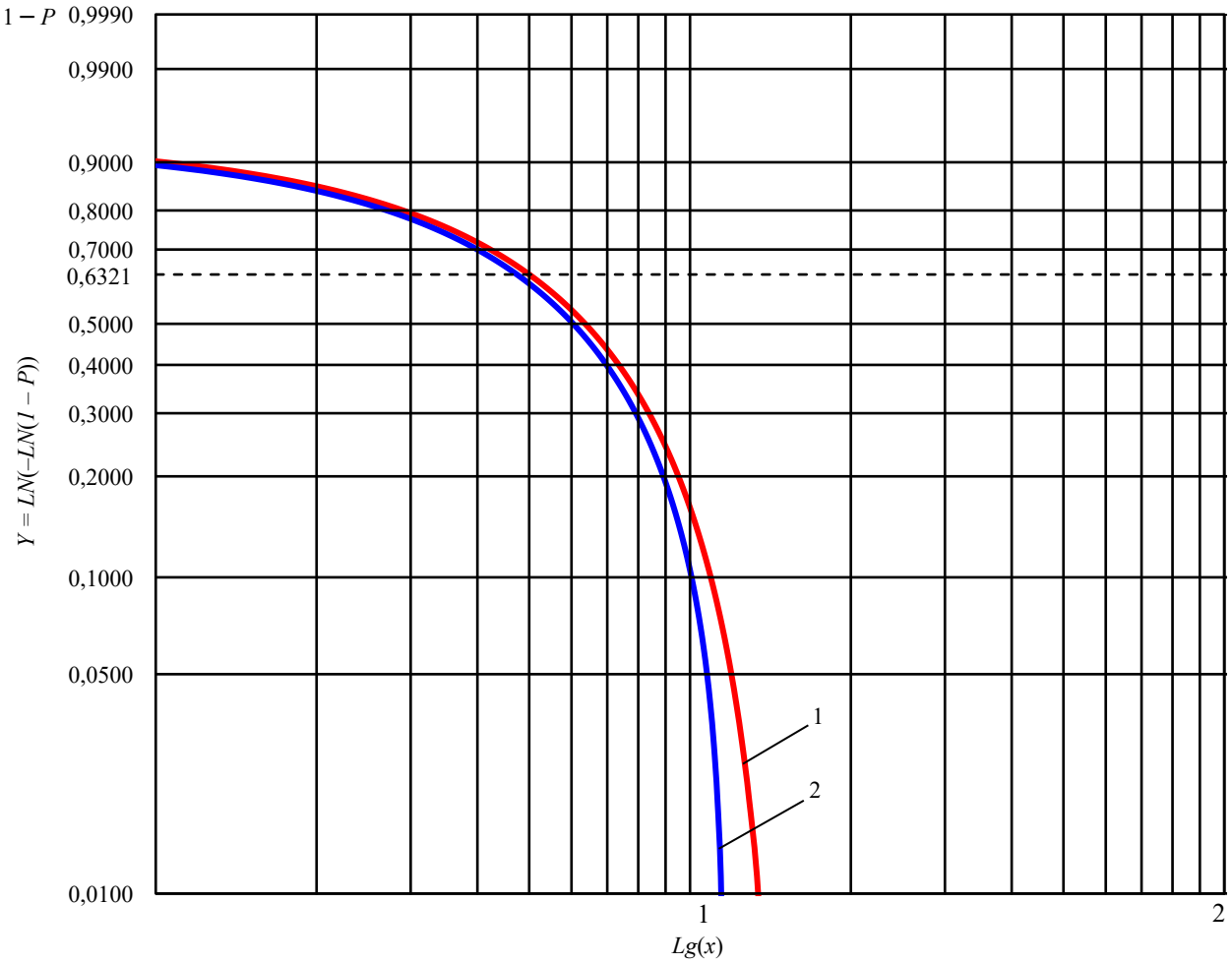

Рис. 2. Графики функций распределения закона Фишера-Типпета с тремя параметрами: 1 — исходная форма; 2 — усеченная форма (t = 0); P — вероятность; x — случайная величина

Из выражения (7) получаем обратную функцию:

$$F^{-1}_{[t;c]}(x) = c - a\sqrt[b]{-ln\left(F_{[t;c]}(x)\cdot\left(1-e^{-\left(\frac{c-t}{a}\right)^b}\right)\right)}. \quad (8)$$

Обсуждение и заключение. Таким образом, получена левосторонняя усеченная форма закона Фишера-Типпета с тремя параметрами, которую можно использовать при схематизации случайных процессов нагружения, возникающих в условиях эксплуатации или испытаний элементов машин и конструкций совместно с ГОСТ 25.101[2]. Применение усеченной формы закона дает возможность ограничить интервал случайной величины и исключить область невозможных значений левее точки усечения, что позволяет повысить точность при использовании в расчетных методиках оценки усталостной долговечности элементов машиностроительных конструкций по критериям накопления усталостных повреждений, моделирования процесса нагружения при испытаниях на усталость и расчетном определении характеристик сопротивления усталости. Результаты вычислений показали, что функция плотности распределения усеченного закона корректна и нормирует случайную величину в заданном интервале, но при этом сохраняет область определения левее точки усечения, что является недостатком полученной модели. Поэтому для адекватного применения усеченного закона в расчетных методиках необходимо вводить соответствующее ограничение. Предметом будущих исследований являются вопросы практического применения усеченного закона, в частности, для обработки статистических данных необходимо определить методику оценки параметров усеченного закона и определения доверительных интервалов, в том числе получить выражения для оценки математического ожидания и дисперсии, а также рассмотреть возможность применения существующих критериев согласия.

[2] ГОСТ 25.101-83 *Расчеты и испытания на прочность. Методы схематизации случайных процессов нагружения элементов машин и конструкций и статистического представления результатов.* URL: https://docs.cntd.ru/document/1200012857 (дата обращения: 15.05.2024).

Список литературы / References

1. Касьянов В.Е. Метод обеспечения абсолютной безотказности деталей и машин и расчет увеличения их цены. *Инженерный вестник Дона*. 2016;1(40):19.

Kasyanov VE. A Methodof Ensuringthe Absolute Reliability of Parts and Machines and Calculating the Increase of their Prices. *Engineering journal of Don*. 2016;1(40):19. (In Russ.)

2. Труханов В. М. Прогнозирование ресурса деталей, узлов, механизмов и технического объекта в целом на стадии проектирования. *Проблемы машиностроения и надежности машин*. 2013;3:38–42.

Trukhanov VM. Prediction of the Life of Details, Units, Mechanisms, and the Devices in General at the Design Stage. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2013;3:38–42. (In Russ.)

3. Москвичев В.В., Ковалев М.А. Оценка показателей эксплуатационной надежности карьерных гидравлических экскаваторов. *Журнал Сибирского федерального университета. Серия: Техника и технологии.* 2020;13(6):745–756. http://doi.org/10.17516/1999-494X-0263

Moskvichev VV, Kovalev MA. Assessment of Operational Reliability Indicators of Mine Hydraulic Excavators. *Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies.* 2020;13(6):745–756. (In Russ.) http://doi.org/10.17516/1999-494X-0263

4. Паначев И.А., Кузнецов И.В. Обоснование нагруженности элементов металлоконструкций большегрузных автосамосвалов при транспортировании горной массы на разрезах Кузбасса. В: *Труды международной научно-практической конференции «Новые подходы к развитию угольной промышленности»*. Кемерово; 2013:61–64.

Panachev IA, Kuznetsov IV. Substantiation of the Loading of Elements of Metal Structures of Heavy-Duty Dump Trucks during the Transportation of Rock Mass in the Kuzbass Sections. In: *Proceedings of the International Scientific and practical Conference "New Approaches to the Development of the Coal Industry".* Кемерово; 2013. P. 61–64. (In Russ.)

5. Хазанович Г.Ш., Апрышкин Д.С. Оценка нагруженности силовых элементов пассажирского лифта по результатам регулярного. *Безопасность техногенных и природных систем.* 2020;1:32–42. http://doi.org/10.23947/2541-9129-2020-1-32-42

Khazanovich GS, Apryshkin DS. Assessment of Load of Load-Bearing Elements of the Passenger Elevator Based on Regular Monitoring Results. *Safety of Technogenic and Natural Systems.* 2020;(1):32–42. (In Russ.) http://doi.org/10.23947/2541-9129-2020-1-32-42

6. Касьянов В.Е., Щулькин Л.П. Определение максимальной нагруженности деталей с помощью моделирования. *Научное обозрение*. 2014;10(3):671–674.

Kasyanov VE, Schulkin LP. Determination of the Maximum Loading of Parts with the Help of Modeling. *Science Review*. 2014;10(3):671–674. (In Russ.)

7. Демченко Д.Б., Касьянов В.Е. Оптимизационный метод статического расчета строительных конструкций с применением вероятностных законов с ограничениями. *Инженерный вестник Дона*. 2013;2(25):84.

Demchenko DB, Kasyanov VE. Optimization Method for Static Calculation of Construction Designs with the Use of Probabilistic Laws with Restrictions. *Engineering journal of Don*. 2013;2(25):84. (In Russ.)

8. Котесов А.А., Касьянов В.Е., Котесова А.А. Методика обеспечения безотказности металлоконструкций грузоподъемных кранов в течение срока службы. *Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения*. 2020;4(80):30–39. http://doi.org/10.46973/0201-727X_2020_4_30

Kotesov AA, Kasyanov VE, Kotesova AA. Model for Ensuring the Reliability of Metal Structures of Lifting Cranes during Their Service Period. *Vestnik Rostovskogo Gosudarstvennogo Universiteta Putey Soobshcheniya.* 2020;4(80):30–39. (In Russ.) http://doi.org/10.46973/0201-727X_2020_4_30

9. Horrace WC. Moments of the Truncated Normal Distribution. *Journal of Productivity Analysis.* 2015;43: 133–138. https://doi.org/10.1007/s11123-013-0381-8

10. Fisher RA, Tippet LHC. Limiting Forms of the Frequency Distribution of the Longest of Smallest Member of Sample. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society.* 1928;24(2),180–190. https://doi.org/10.1017/S0305004100015681

11. Bashir Ahmed Albashir Abdulali, Mohd Aftar Abu Bakar, Kamarulzaman Ibrahim, Noratiqah Mohd Ariff. Extreme Value Distributions: An Overview of Estimation and Simulation. *Journal of Probability and Statistics.* 2022:5449751. https://doi.org/10.1155/2022/5449751

12. Salman Abbas, Muhammad Farooq, Jumanah Ahmed Darwish, Saman Hanif Shahbaz, Muhammad Qaiser Shahbaz. Truncated Weibull–Exponential Distribution: Methods and Applications. *Scientific Reports.* 2023;13:20849. https://doi.org/10.1038/s41598-023-48288-x

13. Crénin F. Truncated Weibull Distribution Functions and Moments. *Journal of Productivity Analysis.* 2015;43:133–138. http://doi.org/10.2139/ssrn.2690255

Об авторе:

Анатолий Анатольевич Котесов, кандидат технических наук, доцент кафедры эксплуатации транспортных систем и логистики Донского государственного технического университета (344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), SPIN-код, ORCID, ScopusID, ResearcherID, a.kotesov@yandex.ru

***Конфликт интересов*: автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.**

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

About the Author:

Anatoly A. Kotesov, Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor of the Department of Operation of Transport Systems and Logistics, Don State Technical University (1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), SPIN-code, ORCID, ScopusID, ResearcherID, a.kotesov@yandex.ru

***Conflict of Interest Statement:* the author does not have any conflict of interest.**

The author has read and approved the final version of manuscript.

Поступила в редакцию / Received 14.08.2024
Поступила после рецензирования / Revised 10.09.2024
Принята к публикации / Accepted 17.09.2024